

Descubriendo geometría con GEUP

Carmen Galván Fernández

Se intenta señalar la importancia de la geometría y mostrar cómo puede ser de gran utilidad el uso de un programa de geometría interactivo, GEUP, como herramienta que facilita al máximo la posibilidad de visualización y experimentación, factores fundamentales en el estudio y en la investigación de las matemáticas.

We try to show the importance of Geometry and how the geometric programme GEUP may be useful as a tool that facilitates the possibility of visualisation and experimenting to the highest level, these being fundamental factors in the study and research in mathematics

Introducción

Sería interesante recuperar la geometría en nuestras aulas. Hay muchos motivos. Entre ellos, su indiscutible utilidad en distintas actividades humanas, por eso es tan antigua como antiguas son las primeras civilizaciones; es una fuente de contenidos de tipo numérico, algebraico, de funciones...; es la parte más “visual” de las matemáticas (las figuras se pueden construir, ver, manipular); existen tantas propiedades y teoremas tan bonitos que nos han dejado en herencia nuestros antepasados, fruto de su dedicación y esfuerzo, que sería importante ayudar a nuestros alumnos a conocerlos, a aprender a disfrutar de su belleza y a motivarles para que intenten descubrir otros nuevos.

El siguiente es sólo un ejemplo con el que intentamos mostrar cómo con la ayuda de GEUP, un programa de geometría interactivo, se fomenta el aprendizaje de conceptos y procedimientos geométricos, a la vez que se estimula la formulación de conjeturas y la realización de investigaciones.

El problema del triángulo entre tangentes

Es un problema tomado de un libro antiguo, *Problemas de matemáticas* (Marín Alonso, 1967). Se proponía así:

“Determínese el valor del perímetro de cualquier triángulo que se puede formar al trazar tangentes a una circunferencia de $r > 0$, desde un punto exterior a distancia $d = 6$, formado por las dos tangentes y una tangente en un punto interior a las dos dichas tangentes”.

Sin duda, el problema se puede resolver sin la ayuda del programa: Dibujamos una circunferencia, un punto P exterior, trazamos, a ojo, puesto que no vamos a perder el tiempo buscando una regla y un compás, las tangentes desde P, y formamos un triángulo con dos lados sobre ellas y un tercer lado con las condiciones del enunciado, dibujado también a ojo. Nos pondremos a pensar...y es posible que resolvamos nuestro problema ¡La solución es muy bonita! Y es posible, también, que lleguemos a generalizar.

¿Entonces, qué ganamos utilizando GEUP?

Para empezar, la propia construcción de la figura supone recordar y consolidar algunas propiedades geométricas fundamentales.

Tenemos que trazar, con exactitud, rectas tangentes a una circunferencia desde un punto exterior a ella: ¿cómo se hacía esto?...No estamos habituados al dibujo geométrico, como si esto no fuera hacer matemáticas. Estamos demasiado acostumbrados a dar importancia sólo al resultado numérico. También tenemos que dibujar la tangente en un punto de la circunferencia, y no nos va a quedar más remedio que hacer todo esto como lo hacían los griegos en la antigüedad, con regla y compás (mejor dicho, en esa época el compás sería simplemente una cuerda). Actualmente, las herramientas del programa de ordenador nos van a facilitar al máximo el uso de esa regla y ese compás (Figura 1)

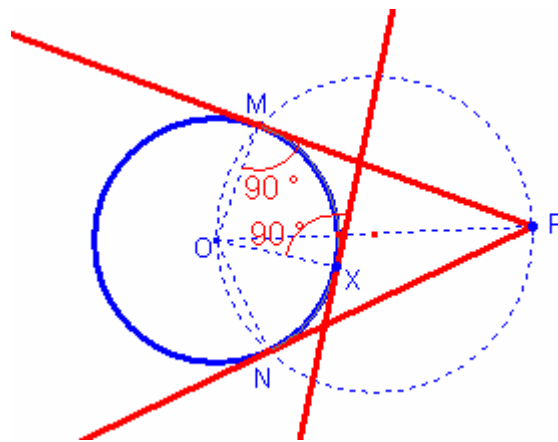


Figura 1

Pero lo más importante es que el programa permite realizar la construcción de manera general, sin restringirla a unas medidas concretas, pudiéndose modificar tanto el radio de r de la circunferencia como la distancia d del punto P a ella, sin que cambien las condiciones del problema.

Para un caso concreto, un valor fijo de r y d (r = radio de la circunferencia y d = distancia desde el centro O al punto exterior P), moviendo el punto X sobre el arco MN podemos observar la variación del triángulo y observar la variación de su perímetro (el programa puede calcular este número para cada caso a medida que movemos X).

¡Así que en una sola construcción tendremos, moviendo los elementos adecuadamente, todos los casos particulares que queramos! Es un gran adelanto. La experimentación se ha facilitado enormemente.

¡Sólo tenemos que mirar ver!

En la figura 2 podemos visualizar una demostración geométrica.

Dejaremos tiempo a los alumnos para observar y encontrar la solución general del problema.

Después, podemos proponer resolver el problema numéricamente o, si se quiere, algebraicamente, encontrando el valor del perímetro en función de r y d .

$r = 2,00$ Perímetro del triángulo APB = 11,30
 $d = OP = 6,00$ $PM + PN = 11,30$

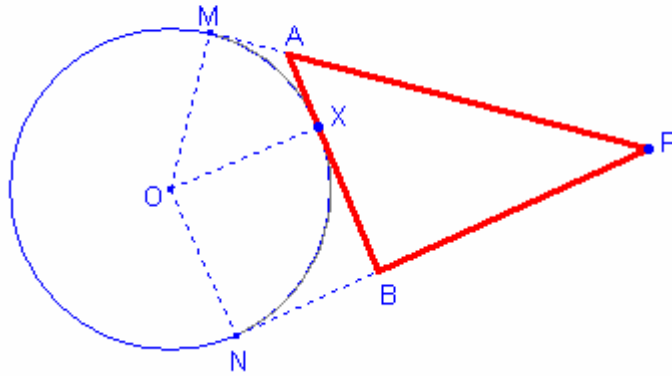


Figura 2

Una posible ampliación podría ser observar la variación del área del triángulo en función de la posición del punto X sobre el arco MN. ¿Para qué posición de X el área es máxima? La respuesta intuitiva estaría al alcance de los alumnos de secundaria obligatoria. Para alumnos avanzados de bachillerato podría ser un bonito problema de optimización: ¿Para qué valor del ángulo MOX el área del triángulo es máxima?

GEUP permite, por medio de la herramienta “lugar geométrico”, la visualización de las funciones que nos hayamos planteado relacionadas con elementos variables de la construcción, pudiéndose observar, en este caso, cómo el punto L que describe el lugar geométrico va recorriendo la curva (su lugar) a medida que movemos el punto X sobre el arco MN o, también al revés, moviendo el punto L sobre su curva observaremos el movimiento de X sobre MN. (Figura 3).

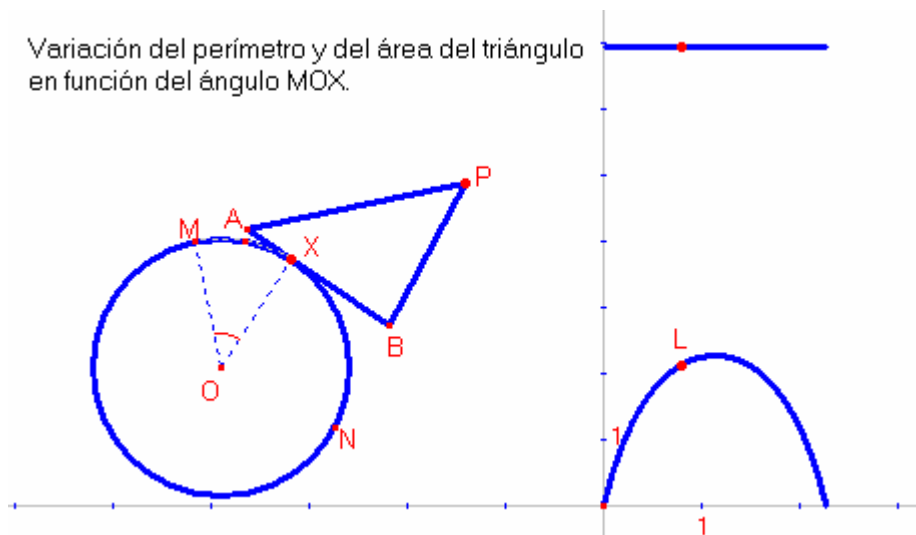


Figura 3

Si nos interesa, el programa nos puede decir algo acerca de la ley que nos da el área del triángulo en función de del ángulo: no es una parábola, ya que al colocar cinco puntos

sobre el lugar geométrico y pedir la cónica que estos puntos determinan, observamos que su dibujo no se ajusta a la curva dibujada como lugar geométrico.

Como vemos, el uso del programa ha servido, también, como fuente de inspiración para plantearnos nuevas cuestiones y seguir avanzando.

Es sólo una pequeñísima muestra de la fuerza de estos programas y de su gran utilidad en la enseñanza y en la investigación de las matemáticas, de su poder como recurso que ayuda a fomentar y a difundir el interés por el estudio de la geometría y de las matemáticas.

Referencias bibliográficas

MARÍN ALONSO, F. (1967): *Problemas de Matemáticas*. Madrid. Editorial Alambra.